

ПОМРАЧЕЊЕ СУНЦА – ПРЕСЛИКАВАЊЕ НА ЈЕДИНИЧНОЈ СФЕРИ

АЛЕКСАНДАР С. ТОМИЋ

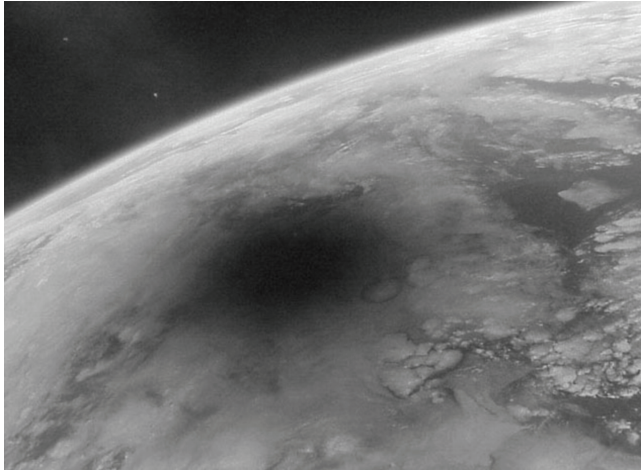
*Машински факултет Универзитета у Београду
Краљице Марије 16, 11120 Београд 35, Србија
Астрономско друштво "Руђер Бошковић", Калемегдан, 11000 Београд
E-mail: aleksandartomic@hotmail.com*

Резиме: Улога помрачења Сунца и Месеца је у контроли орбиталних елемената Месеца и Земље, који се споро мењају због губитка масе Сунца у радијационим процесима и интеракцији Земље и Сунца са сунчевим ветром. Приближно једнаки привидни углови Сунца и Месеца показали су да је погодна увођење функције тетиве видљивих рогова Сунца у помрачењу (Томић, 1976) за одређивање тренутака контакта, тренутка и величине максималне фазе за дато посматрачко место. За потпуно помрачење Сунца 11. аугуста 1999. у градићу Палићу, у Србији, показали смо да је спољна крива у координатама "време – функција тетиве", која је парабола, повезана са унутрашњом кривом пресликавањем на јединичном кругу. Ако је декремент квадратне функције позитиван (тј. помрачење потпуно), унутрашња функција је инверзна спољна парабола. Починјући посматрања помрачења Сунца као млади астроном, аутор је трагао и за скривеним параметрима које садрже те информације. Једна дискусија са Милорадом Протићем, директором Астрономске опсерваторије у Београду, месец или два после делимичног помрачења Сунца 11. маја 1975. учврстила је ту идеју аутору, за чију проверу је било потребно потпуно помрачење Сунца. Тако се појавио интервал од 24 године до коначне потврде идеје, јер астрономска посматрања нису била примарни задатак аутора. Године 2001, тј. 90 година од рођења у то време живог Милорада Протића, све је завршено. Овај рад је посвећен успомени на Милорада Протића.

1. ПОМРАЧЕЊА СУНЦА

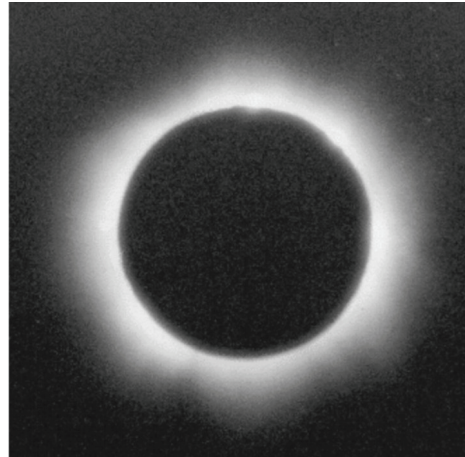
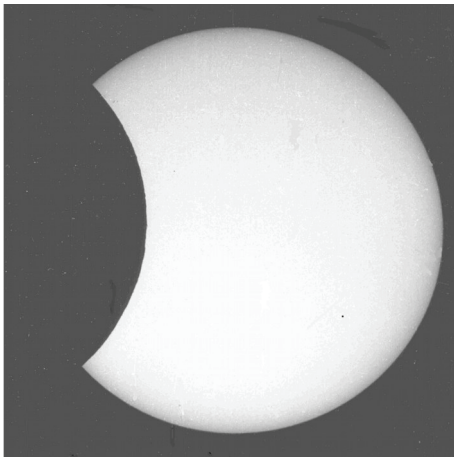
Помрачења Сунца догађају се када је Месец на линији визуре која спаја Сунце и посматрача на Земљи. Радијуси путања Месеца око Земље и Земље око Сунца, периоди обилазака и нагиб равни Месечеве путање према еклиптици – равни Земљине путање, проверавају се сваке године најмање 2 а највише 5 пута јер је толико помрачења Сунца годишње, која се

догађају у квазипериодима од 19 година и 11,3 дана. Помрачење је видљиво унутар кружнице / елипсе пречнике око 250 км. (Слика 1.)



Слика 1. Месечева сенка на Земљи за време помрачења 11.аугуста 1999.г. снимљена из космичког брода на путањи око Земље. (Фото: NASA).

Помрачења Сунца могу бити делимична (парцијална, слика 2.а), потпуна (тотална, слика 2.б) и прстенаста, због елиптичности Месечеве путање. Трају до 5 ипо сати као делимично помрачење. Потпуно помрачење ретко траје дуже од 7 минута.

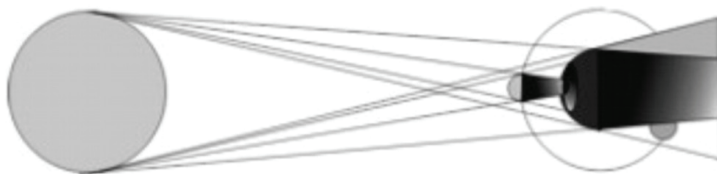


Слика 2. Изглед Сунца: (а) за време делимичног помрачења (снимио аутор) и (б) потпуног помрачења (снимио Драган Урошевић).

2. МЕТОДА ФУНКЦИЈЕ ТЕТИВЕ

Постоје различите методе одређивања тренутака када помрачење почиње (1. контакт), достиже максимум фазе – конјункцију са Сунцем за посматрача на одређеној географској позицији, и последњи (или 4. контакт). Потпуно помрачење је посебно атрактивно јер се у тих неколико минута види и корона Сунца (слика 2.б), неке од планета и сјајније звезде.

Веома погодна за одређивање параметара помрачења у посматрачком месту је метода тетиве. Са снимака Сунца мери се пречник Сунца, и дужина тетиве између "рогова ", и бележи временски тренутак на који се односи.

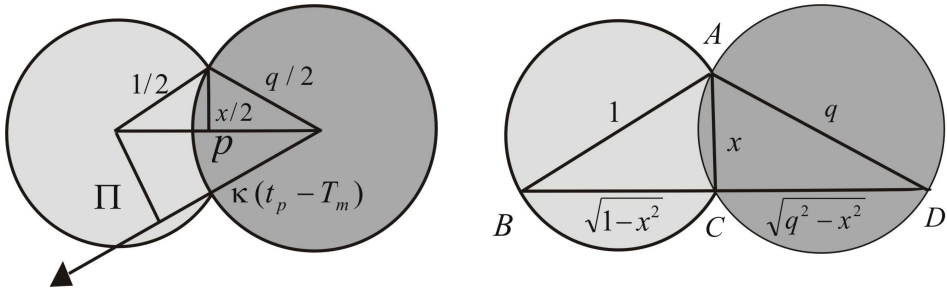


Слика 3. *Настанак помрачења Сунца (лево) за посматрача на Земљи (десно), око које кружи Месец.*

У припреми за посматрање помрачења Сунца 11.05.1975.г. на Народној опсерваторији, изабрали смо фотографски поступак, као знатно прецизнији од директног мерења, који омогућава и накнадна поновна мерења у случају иновирања метода мерења на снимку. То је био добар избор, јер снимали смо на филм лајка формата, високе резолуције, уместо на плоче великог формата које се мере микрометром. Прво мерење обавили смо пројектовањем помоћу апарата за израду слика и мерењем на пројекцији, са око 0,5 мм грешком читавања и увећањем 5 пута. Само годину дана касније за потребе мерења координата пега на снимцима Сунца реализовали смо "инверзни микрометар" за мерење са истом грешком читавања, али сада са повећањем на пројекцији од 25 до 50 пута (Томић, 2003), дакле 10 пута мањом грешком.

Такође, метод обраде из тренутака снимања и дужине тетиве, изражене у пречницима Сунца на пројекцији, користили смо у неколико различитих варијанти (Ивановић, 1967; Mulders 1938; Innes 1919, 1921, сви засновани на Chauvenet, 1863) и поредили са нашом "методом функције тетиве" (Томић, 1976; Томић, Tufegđić, 1982), која се показала много тачнијом.

Геометрија појаве је једноставна, јер се (1) угаони пречници Сунца и Месеца у помрачењу разликују мање од 10%, (2) помрачење траје мање од 5,5 сати па се (3) брзина релативног кретања центра лика Месеца у односу на центар лика Сунца може сматрати константном. Тако се довољно тачно добија веза времена, тј. тренутка посматрања са растојањем центара, а то значи и дужином заједничке тетиве које одређују пресеци кружница Сунца и Месеца. (Слика 4.а.)



Слика 4. (а) Центар (тамнијез) Месечевог диска помера се константном брзином у смеру стрелице. У неком тренутку центри су на најмањем растојању. (б) Мало другачије нацртана слика омогућава уношење елемената фраталности у формулу која повезује ове величине, што се показало корисним.

Уколико се растојање центара изрази као функција времена преко величина на слици лево:

$$p^2 = [\kappa(t_p - T_{MAX})]^2 + \Pi^2 \quad (1)$$

и помоћу величина са слике десно:

$$p = \frac{1}{2}(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{q^2-x^2}) \quad (2)$$

може се писати и као функција:

$$p^2 = a \cdot t_p^2 + b \cdot t_p + c \quad (3)$$

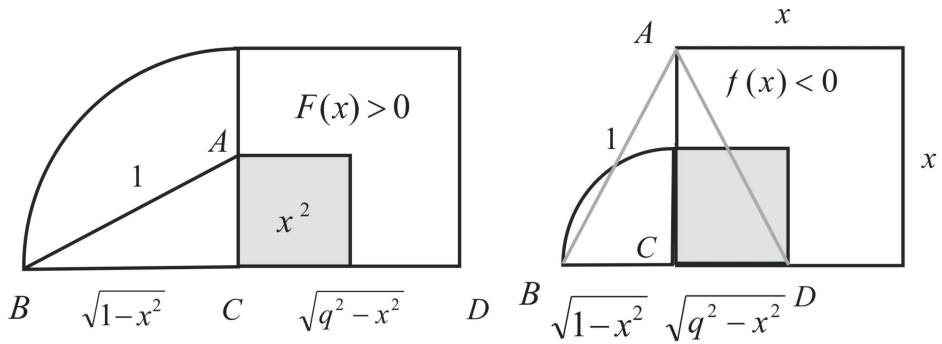
у којој се параметри a , b , c одређују из мерених вредности дужине тетиве и тренутака посматрања. Инверзна функција у којој растојање центара одређује величину тетиве (Innes, 1919) је:

$$x^2 = 1 - \left(p + \frac{1-q^2}{4 \cdot p}\right)^2 \quad (4)$$

а претходници су корисници само апроксимације те формуле. Функција коју смо назвали "функцијом тетиве" $f(x)$ није апроксимација:

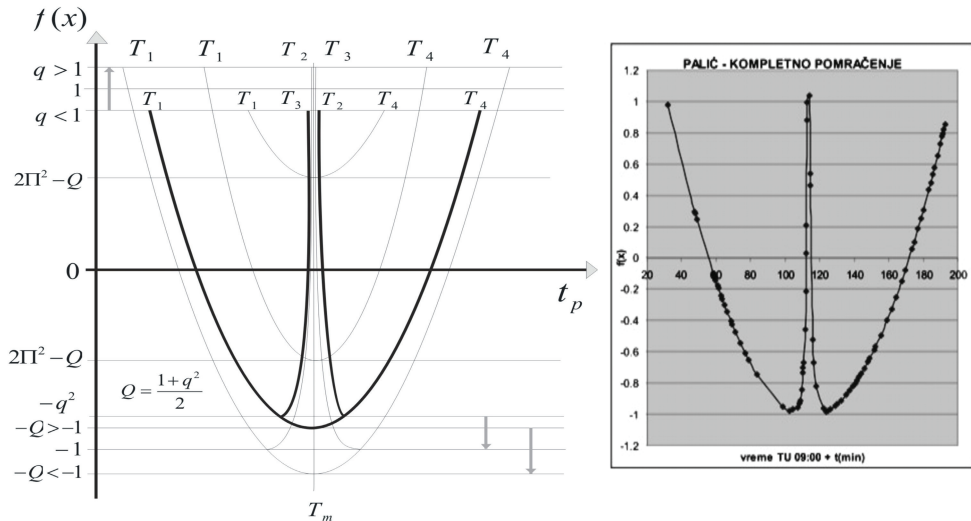
$$2 \cdot p^2 - \frac{1+q^2}{2} = \sqrt{(1-x^2)(q^2-x^2)} - x^2 \equiv f(x) \quad (5)$$

Њен геометријски смисао је приказан на Слици 5.



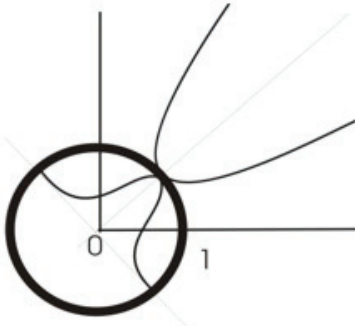
Слика 5. Геометријски смисао функције тетиве је разлика површина. У почетку је растојање центара веће од тетиве, и она је позитивна. Када је растојање центара мање од тетиве, функција је негативна.

Прорачунати случајеви свих могућих помрачења Сунца изражени функцијом тетиве приказани су на Слици 6 лево, крива добијена из посматрачких података за потпуно помрачење Сунца на Палићу 11.08.1999. слика 6 десно.



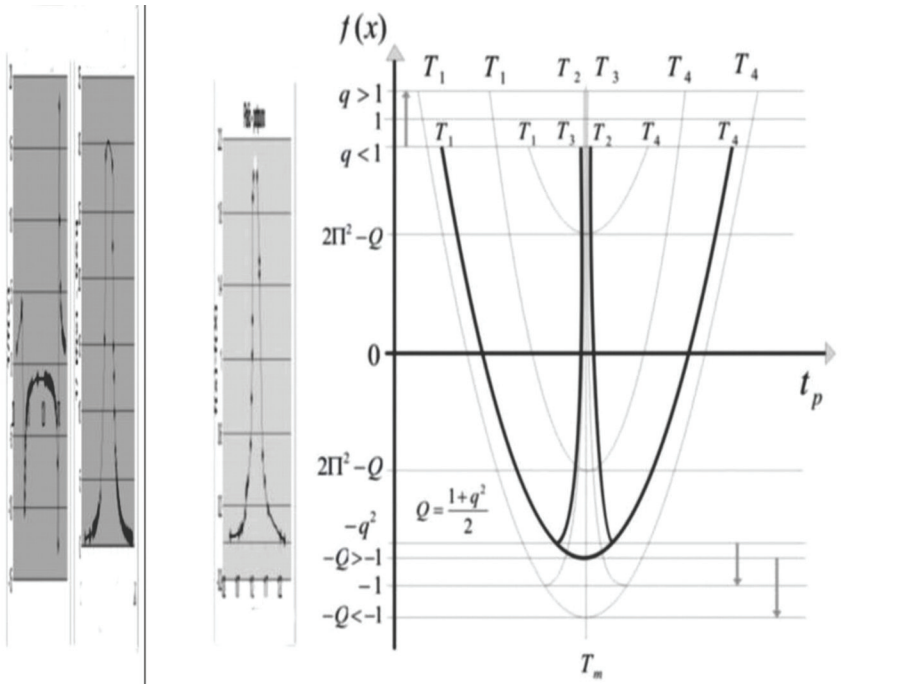
Слика 6. Функција тетиве у пракси: лево – теоријска крива, десно крива потпуног помрачења. (Томић и Томић, 2001)

Како се тетива добија као растојање тачака пресека два круга приближно једнаких радијуса, пресек остварују после првог контакта и пре четвртог контакта кругови конвексним луковима, после другог и трећег контакта (зависно од тога чији радијус је већи) као пресек конкавног и конвексног (и обрнуто) лука. Због тога је временски размак 2. и 3. контакта веома кратак, максимално до 9 минута, док су 1. и 4. размакнута до максималних 5,5 сати. Може се говорити о пресликавању функција тетиве на јединичном кругу.



Слика 7. (лево) Пресликавање је инверзно, мора бити једнозначно, и зависно од параметара параболе.

Слика 8. (доле, лево ван уоквиреног) Унутрашња крива као пресликавање спољне криве ако је декремент $\Delta \equiv 4a \cdot c - b^2 \leq 0$, и кад је $\Delta \equiv 4a \cdot c - b^2 \geq 0$. Мала слика у уоквиреном измерени положаји, све на посматрачком материјалу са Палића, где је декремент био позитиван.,

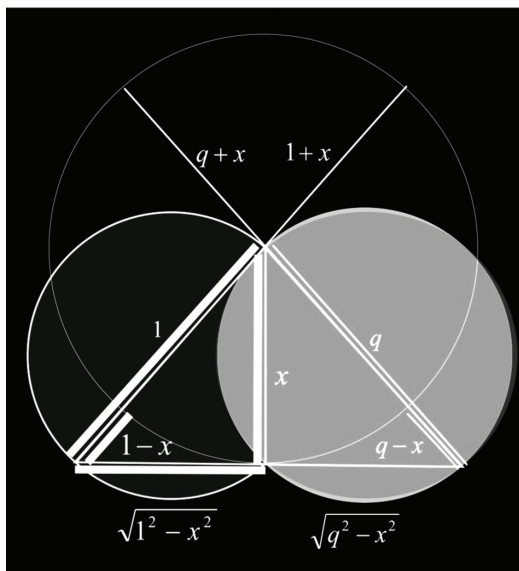


Дакле, видимо да су делови посматрачког дијаграма одређеног као функција тетиве подељени на 4 лука параболе. Они добијени као пресек конвексних (исте врсте 2 пута) дакле "парни" делови функције тетиве добију се директно, док они добијени као пресек (по једног) конвексног – конкавног лука односе као "непарни" и тек пресликавањем на јединичном кругу (2. операција) постају права парабола, тј. "парни" делови функције тетиве, која је парна - другог степена функција времена. Скрећемо пажњу да су координате на графику "време" и "функција тетиве", и да су одговарајуће формуле (2) и (3) множењем и одузимањем константе, дакле дозвољеним, линеарним аритметичким операцијама, сведене на формуле (5) и (3).

Тако се показало да нису (у физичком смислу тумачења) у праву астрономи који су унутрашњу параболу заменили функцијама степена вишег

од 2. Такав поступак је математички могућ, сада се назива "фитовање". Математика је богатије од физике, она даје и решења за која у нашем 3-Д свету нису нађена или нису могућа као реализације. Милорад Протић је развио сопствени метод мерења и обраде помрачења Сунца (Protitch, 1964), а у разговору ми је рекао да и он мисли како у мерењу тетиве у тоталном помрачењу крива између 2. и 3. контакта мора бити вишег степена од 2, који се има за криву између 1. и 4. контакта изражену преко тетиве. Његова метода мерења вероватно се појавила као алтернатива за тачнија мерења за ту унутрашњу криву, што није могао проверити јер у Београду помрачење од 15. 02.1961. било делимично. А то помрачење је на крају била једна од карика која је довела аутора рада до Милорада Протића, српског веома заслужног астронома, и наших 37 година специфичног дружења.

Како је у односима између људи дружење једна врста хармонизације, занимљиво је да је и начин на који је овај проблем решен, такође хармонизација, али математичка. На слици 4.б. види се да су потребне величине функције тетиве одређене геометријом троуглова, а формуле које одређују мерењем функцију тетиве у формули (5) су целина (l ; q) и њен део (x). У правоуглом троуглу дужина катете једнака је геометријској средини збира и разлике хипотенузе и друге катете:



$$\sqrt{1^2 - x^2} = \sqrt{(1-x)(1+x)} \quad (6)$$

$$\sqrt{q^2 - x^2} = \sqrt{(q-x)(q+x)}$$

итд., што представља хармонизацију. То је фракталност на делу, која делује и у троуглу који није правоугли (Томић, 2012, глава 25.)

Слика 9. Елементи функције тетиве као хармонизација типа "геометријско средње".

Тиме би окончали ову причу, ван уобичајених размишљања астронома.

Литература

- Innes, R. T. A.: 1919, *Circ. Un. Obs.*, **45**, 4.
 Innes, R. T. A.: 1921, *Circ. Un. Obs.*, **53**, 115.
 Ivanović, Z.: 1967, "Pomračenje Sunca od 20. maja 1967", *Vasiona*, **XV**, 1, 12-14.

- Mulders, G. F. W.: 1938, *Publ. Astr. Soc. Pac.*, **50**, 297, 267.
- Protić, M.: 1964, "Eclipse totale du soleil, le 15 février 1961, vus à Belgrade comme une éclipse partielle très forte", *Bull. Astr. Obs.*, **XXV**, 5, 97-105.
- Shauvenet, W.: 1863, "*Manual of spherical and practical astronomy*", II, 432, Lippincot Co, Philadelphia.
- Tomić, A.: 1976, "Određivanje elemenata delimičnog pomračenja Sunca 11.V 1975." *Vasiona*, **XXIV**, 1, 10-16. "Pomračenje Sunca 11.V 1975. ", **XXIV**, 1, 16-20.
- Tomić, A.: 2003, *Astronomija – praktični radovi*, ZUNS, Beograd.
- Томић А.: 2012, Сунчев систем – космогонија, *UNUS MUNDUS* 43, НКЦ, Ниш.
- Томић, А., Томић, И.: 2001, "Одређивање елемената потпуног помрачења Сунца 11.08.1999. на Палићу", *Васиона*, **XLIX**, 4, 96–98.
- Tomić, A, Tufegdžić, S.: 1982, "Poredjenje nekoliko metoda za odredjivanje parametara pomračenja Sunca iz merenja dužine tetive", *Vasiona*, **XXX**, 1, 11-12.

SOLAR ECLIPSE – COPYING ON THE UNITARY CIRCLE

The solar eclipses role contains in control of the Earth's and Moon's orbital elements, which very slowly change by solar mass decreasing by radiation processes, and in the Earth and Moon interaction with solar wind. Approximately equal apparent angles of the Sun and the Moon shown as an adequate introduction of the "chord function" of visible solar chorns into eclipse (Tomić, 1976) for determination of the contact times, moment and maximum phase for given place of the observation. For the total solar eclipse of august 11th, 1999. observed in Palić town in Serbia we demonstrated that external curve in "time – chord function" coordinates, which is parabola, with internal curve are connected by copying on the unitary circle. If the square function decrement is positive (i.e., for total eclipse), internal function is inverse external parabola. Beginning observation of the eclipses as young astronomer, author followed for hidden properties contained in this information, too. A discussion with Milorad Protić, director of Astronomical observatory in Belgrade, one month or two after partial solar eclipse of may 11th, 1975, consolidated author in this opinion for which testing the total solar eclipse needs. So appears 24 years interval to finish confirmation of idea, because astronomical observation was not a primary task for author. In the year 2001th, 90 years from the birth in that time living Milorad Protić, all was finished. This paper is dedicated to the memory of Milorad Protić.