Зборник радова конференције "Развој астрономије код Срба IV"
Београд 22-26. април 2006,
уредник М. С. Димитријевић
Публ. Астр. друш. "Руђер Бошковић" бр. 7, 2007, 189-198

СФЕРНА ТРИГОНОМЕТРИЈА РИСТЕ КАРЉИКОВИЋА

НАДЕЖДА ПЕЈОВИЋ

Математички факултет, Универзитет у Београду
e-mail: nada@matf.bg.ac.yu

Резиме. Књига *Тригонометрија* Ристе Карљиковића користила се као уџбеник за гимназије реалке између два светска рата (1924-1941). Занимљива је чињеница да је значајан њен део посвећен Сферној тригонометрији и њеним применама у астрономији и геодезији. Ови садржаји данас не постоје у настави математике не само у средњим школама, већ не постоје нити на факултетима.

Тригонометрија Ристе Карљиковића користила се као уџбеник за више разреде средњих школа између два светска рата. У оквиру предмета Геометрија представљала је њен трећи део. О аутору знамо толико да је био директор II Женске гимназије у Београду. Књигу је препоручио као уџбеник Главни просветни савет а на другом поправљеном и допуњеном издању, које сам користила, пише да га је одобрио тадашњи Министар просвете одлуком С.н. бр. 23235 од 6. августа 1931. године. Књигу је издала Књижарница Рајковића и Ћурковића у Београду. Такође нам је познато да је Књига доживела више издања и да се користила до почетка Другог светског рата.

Одлучила сам се да представим ову књигу имајући у виду њен, делимично необичан садржај. Док се у првим деловима ове књиге излажу стандардни садржаји тригонометрије последњи део посвећен је Сферној тригонометрији.

Књига се састоји из следећих поглавља: *Увод, Гониометрија, Равна тригонометрија и Сферна тригонометрија.*

У *Уводу* аутор говори о функцијама уопште, а посебно о гониометријским или тригонометријским функцијама. Затим о израчунавању функција углова од тридесет, шесдесет и четрдесет пет степени, као и о задатку тригонометрије и њеној подели. Запазила сам да аутор углавном користи назив гониометријске функције који се до данас готово изгубио и уместо тога се користи назив тригонометријске функције.

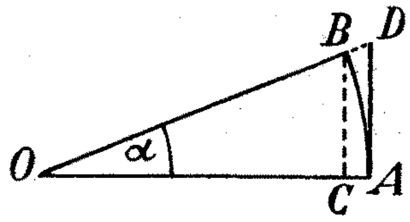
У првом поглављу, *Гониометрија,* аутор даје графичко представ-љање тригонометријских функција код круга полупречника *r=1* (тригонометријски круг), међусобни однос тригонометријских функција истог угла, као раст и опадање тригонометријских функција кад угао расте, затим формуле за претварање тригонометријских функција неоштрих углова у тригонометријске функције оштрих и негативних углова. Дате су адиционе теореме два угла као и идентитети за претварање збирова и разлика тригонометријских функција у производ ради њиховог логаритмовања. Доказује разне друге тригонометријске идентитете, даје поступак за израчунавање вредности тригонометријских функција, као и израчунавање помоћу њихових логаритама и наводи примере решавања тригонометријских једначина.

Посебно бих нагласила са којом тачношћу Карљиковић врши израчунавање вредности тригонометријских функција. Занимљиво је да су ђаци учили израчунавање ових вредности коришћењем њихових аналитичких особина. На пример, на страни 42 налазимо коришћење неједнакости за угао $0 < \alpha < 90^0$

$$\mathbf{arc}\,\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{sin}\,\boldsymbol{\alpha} < \mathbf{arc}\,\boldsymbol{\alpha}\,\mathbf{sin}^2(\boldsymbol{\alpha}/2) \qquad (1)$$

Наиме, аутор показује да је израчунавање тригонометријских функција елементарном методом засновано на принципу: *да је код круга полупречника r= 1, разлика између tangens-a, sinus-a и arcus-a, када је средишњи угао сасвим мали, незнатна.*

На слици 25 је дато AD=tg α, и BC= sin α и AB= arc α. Са слике се види да је разлика између тангенса AD, аркуса AB и синуса BC утолико мања у колико је средишњи угао α мањи. За $\alpha = 1'$ разлика између вредности tg $1'$, sin $1'$ и arc $1'$ је готово једнака нули. Аутор доказује да је *разлика између аркуса и синуса једног оштрог угла мања од четвртине трећег степена аркуса тога угла.*



Сл. 25

Да би ово показао аутор полази од чињенице да је лук оштрог угла мањи од његовог тангенса, тј. да је $\mathrm{arc}(\alpha/2) < \mathrm{tg}(\alpha/2)$. Ако обе стране ове неједнакости помножи са $2\cos^2(\alpha/2)$ добија

$$\mathbf{2arc}(\boldsymbol{\alpha}/2)\mathbf{cos}^2(\boldsymbol{\alpha}/2) < \mathbf{2tg}(\boldsymbol{\alpha}/2)\mathbf{cos}^2(\boldsymbol{\alpha}/2), \text{ или } \mathbf{arc}\,\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{sin}\,\boldsymbol{\alpha} < \mathbf{arc}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{sin}^2(\boldsymbol{\alpha}/2).$$

неједнакост која је наведена под бројем (1). Ако се овде замени $\sin(\alpha/2)$ са $\mathrm{arc}(\alpha/2)$ онда она постаје већа (видети сл. 25). Тада је тим пре њена лева страна мања од $\mathrm{arc}(\alpha)(\mathrm{arc}(\alpha)/2)^2$ када је била мања од $\mathrm{arc}(\alpha)\sin^2(\alpha/2)$. Даље Карљиковић пише:

Стога је заиста:

$$arc\ \alpha - sin\ \alpha < \frac{(arc\ \alpha)^3}{4}\ \ldots\ldots (2)$$

Узимајући да је $\alpha = 1'$ имамо $arc\ 1' = \frac{r\pi\alpha}{180^0} = \frac{1 \cdot 3{,}14 \cdot 1'}{10800'} =$ $= 0{,}0002908882$. Тада према неједначини (2) имамо:

$$arc\ 1' - sin\ 1' < \frac{0{,}0002908882^3}{4}\ \ldots\ldots (3)$$

Па како је $0{,}0002908882^3 < 0{,}0000000001$, то је тим пре:

$$arc\ 1' - sin\ 1' < 0{,}000000000025\ \ldots\ldots (4)$$

Ова нам неједначина показује да је разлика између $arc\ 1'$ и $sin\ 1'$ тако мала да је без велике грешке сматрамо равном нули. Стога је $arc\ 1' =$ $= sin\ 1'$. А како смо нашли да је $arc\ 1' = 0{,}0002908882$, то је и

$$\boldsymbol{sin\ 1' = 0{,}0002908882.}$$

Помоћу основних образаца налазимо из једначине: $sin\ 1' = 0{,}0002908882$ и $cos\ 1'$, $tg\ 1'$ и $cotg\ 1'$ а затим, употребом образаца за функције збира двају углова и образаца за функције удвојених углова, налазимо: $sin\ 2'$, $sin\ 3'$, $sin\ 4'$, ... ; $cos\ 2'$, $cos\ 3'$, $cos\ 4'$, ... ; $tg\ 2'$, $tg\ 3'$, $tg\ 4'$, ... ; итд. док не добијемо вредности функција свију углова закључно до 45^0.

Да бисмо одредили вредности функција углова који имају само секунде, можемо утолико пре да заменимо *arcus* угла са *sinus*-ом тога угла. Па како је $arc\ 1'' = \frac{arc\ 1'}{60}$, то је и

$$sin\ 1'' = \frac{0{,}0002908882}{60} = 0{,}0000048481\ \ldots$$

Тада је: $sin\ 2'' = 2 \cdot sin\ 1''$, $sin\ 3'' = 3 \cdot sin\ 1''$, $sin\ 4'' = 4 \cdot sin\ 1''$ итд., а употребом основних образаца израчунавамо и остале функције углова који имају само секунде.

Како су вредности гониометриских функција понајвише ирационални бројеви, то су ове вредности утолико тачније израчунате уколико имају више децимала. Али су тада утолико више отежане математичке радње са њима. Да бисмо избегли ову тешкоћу, особито при множењу, дељењу, степеновању и кореновању, служимо се употребом логаритама. Из овога разлога, таблице у којима се налазе вредности гониометриских функција, имају мању примену од таблица у којима се налазе логаритми бројних вредности гониометриских функција.

Напомена. За јединично растојање у Сунчевом систему узима се растојање Земље од Сунца (велика полуоса Земљине путање) и назива се Астрономска јединица, 1АЈ = 149 597 870 km. Угао у правоуглом троуглу (Сунце – Земља – звезда) под којим се ово растојање види са неке звезде, назива се паралакса звезде и паралксе су мање од $1''$. Парсек је растојање до објекта које би имало паралаксу од $1''$ и та мера се узима за јединично растојање у нашој галаксији. Отуда се у астрономији појављује једнакост 1парсек= 206265АЈ. Занимљиво је да Карљиковић у својој књизи даје са високом тачношћу вредност: $\mathbf{sin\ 1'' = 0.0000048481 \approx 1/206265.}$

У другом поглављу *Равна тригонометрија* аутор даје решавање елемената код правоуглог троугла, решавање елемената код једнакокраког троугла, решавање елемената код правилних многоуглова, решавање код круга, однос између страна и функција углова једнакостраног троугла и израчунавање елемената код четвороуглова. Дата је примена тригонометрије на решавање задатака из стереометрије као и примена тригонометрије на решавање задатака из практичне геометрије.

Занимљиво је да у овом поглављу аутор на страни 107 даје задатке из космографије. То су задаци под бројевима 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 и 15. Издвојила бих следећи задатак (задатак 13, стр. 110).

13) *Наћи отстојање једног небеског тела (месеца, сунца) до земљиног средишта.*

Нека тачка O (сл. 57) претставља центар Земље, EK пречник екватора, а кружна периферија меридијан места B и C на Земљиној површини одакле се посматрање врши. Ако су углови $BOK = \varphi$ и $COK = \varphi'$, географске ширине места B и C, а углови Z и Z' зенитне раздаљине небеског тела, који се углови одређују у истом тренутку од посматрача када се небеско тело налази над меридијаном места B и C, R полупречник Земље, онда се раздаљина $OS = d$ одређује из четвороугла $SBOC$ помоћу количина: R, φ, φ', Z и Z'. Ако означимо углове BSO и CSO са x и y, онда најпре одређујемо те углове помоћу њиховог збира и њихове разлике.

Њихов збир из четвороугла $SBOC$ јесте:

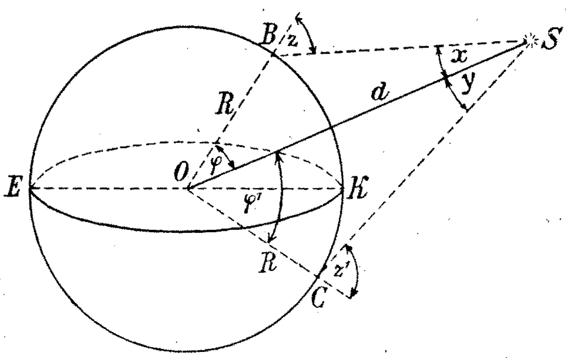
$$x+y=360^0-(180^0-z)-(180^0-z')-(\varphi+\varphi')=(z+z')-(\varphi+\varphi') \ldots (1)$$

Њихову разлику одређујемо на следећи начин: Из $\triangle SOB$ имамо $R : d = sinx : sin\ (180^0 - z)$, а из $\triangle SOC$ имамо

$$R : d = siny : sin\ (180^0 - z').$$

Упоређивањем ових двеју пропорција налазимо да је

$$sinx : sinz = siny : sinz', \text{ или } sinx : siny = sinz : sinz'.$$



Сл. 57

Применом изведених пропорција добијамо:

$$(sinx + siny) : (sinx - siny) = (sinz + sinz') : (sinz - sinz'), \text{ или}$$

$$2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} : 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2} = 2\sin\frac{z+z'}{2}\cos\frac{z-z'}{2} :$$

$$: 2\cos\frac{z+z'}{2}\sin\frac{z-z'}{2}, \text{ или } tg\frac{x+y}{2} : tg\frac{x-y}{2} = tg\frac{z+z'}{2} : tg\frac{z-z'}{2}.$$

Одавде је

$$tg\frac{x-y}{2} = tg\frac{\frac{x+y}{2}\cdot tg\frac{z-z'}{2}}{tg\frac{z+z'}{2}} = \frac{tg\frac{z+z'-\varphi-\varphi'}{2}\, tg\frac{z+z'}{2}}{tg\frac{z+z'}{2}}.$$

Из ове једначине, употребом логаритама, налазимо угао $(x-y)$. За $x-y=\omega$ и $x+y=(z+z')-(\varphi+\varphi')=\varepsilon$, налазимо да је $x=\frac{\omega+\varepsilon}{2}$ и $y=\frac{\varepsilon-\omega}{2}$.

Најзад из троугла SBO и SCO налазимо да је:

$$d=\frac{R\sin z}{\sin x}, \text{ или } d=\frac{R\sin z'}{\sin y}.$$

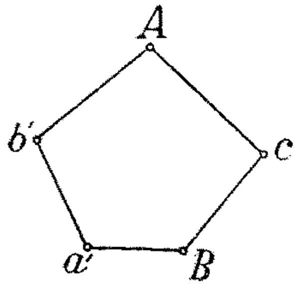
Бројни пример. Зенитни угао Месеца измерен у Берлину (северна географска ширина $\varphi=52^0\,31'\,33''$) је $z=32^0\,3'\,51''$, а зенитни угао месеца, измерен у истом тренутку на гребену Добре Наде (јужна географска ширина $\varphi'=33^0\,56'\,3''$), је $z'=55^0\,42'\,48''$; **наћи одстојање месеца до центра наше Земље када је њен полупречник $R=6370{,}308\ km$.**

Напомена. Аристарх је већ у III веку пре нове ере нашао геометријску методу да одреди Месечеву даљину, али вредност коју је тако добио била је превише груба. Прво тачно одређивање даљине једног небеског тела на примеру Месеца урадили су француски астрономи Лаланд и Лакај у XVIII веку, управо мерећи Месечеве координате с крајева основице која се протезала од Рта Добре Наде до Берлина. Видимо да је Карљиковић узео управо овај бројни пример.

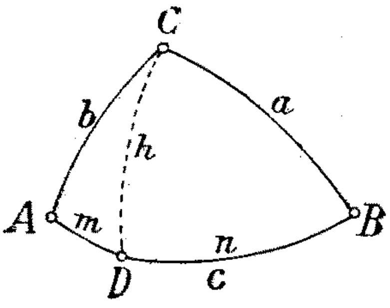
У трећем поглављу, *Сферна тригонометрија*, излажу се сферни троуглови, њихове врсте и особине. Затим је дато решавање елемената правоуглог сферног троугла, решавање елемената косоуглог сферног троугла, као и примена сферне тригонометрије у астрономији и геодезији.

Осврнула бих се посебно на ово поглавље. Наиме, аутор до Неперовог правила долази на једноставан начин, применом равне тригонометрије. Неперово правило гласи: *Косинус ма ког елемента једнак је производу синуса супротних елемената или производу контангенса суседних елемената.* Ово правило се користи за решавање елемената правоуглог сферног троугла. Да би се оно применило, прав угао не треба сматрати елементом а уместо катета треба узети њихове комплементе a'= a - 90^0, b'= b - 90^0. Ових пет елемената представљени су на сл. 64, стр 118.

Да би решио елементе косоуглог сферног троугла Карљиковић на једноставан начин, спуштањем сферне нормале из једног темена, дели косоугли сферни троугао на два правоугла сферна троугла, (видети сл. 66, стр. 123). Применом Неперовог правила на та два правоугла сферна троугла долази до основних теорема сферне тригонометрије. То су синусна теорема и косинусна теорема за стране и косинусна теорема углове. Исказе ових теорема наводимо онако како их је Карљиковић написао.



Сл. 64



Сл. 66

1) **Синусна теорема:** *У сваком сферном троуглу имају се синуси страна као што се имају синуси њихових супротних углова*

$$\sin(a) : \sin(b) : \sin(c) = \sin(A) : \sin(B) : \sin(C)$$

2) **Косинусна теорема**: *У сваком сферном троуглу је косинус једне стране једнак производу косинуса осталих двеју страна више производу синуса тих страна помножен косинусом захваћеног угла.*

$$\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(A)$$
$$\cos(b) = \cos(a)\cos(c) + \sin(a)\sin(c)\cos(B)$$
$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(b)\sin(c)\cos(C)$$

3) **Косинусна теорема за углове гласи:** *У сваком сферном троуглу је косинус једног угла једнак негативном производу косинуса осталих углова више производу синуса тих углова помножен косинусом стране на којој се ти углови налазе.*

$$\cos(A) = -\cos(B)\cos(C) + \sin(B)\sin(C)\cos(a)$$
$$\cos(B) = -\cos(aA)\cos(C) + \sin(A)\sin(C)\cos(b)$$
$$\cos(C) = -\cos(A)\cos(B) + \sin(B)\sin(C)\cos(c)$$

Напоменула бих да аутор до ових основних теорема сферне тригонометрије долази на изузетно једноставан начин. У књигама руских аутора, у књизи *Општа астрономија* од Б Шеварлића и З. Бркића као и у књизи *Spherical Astronomy* од Робина Грина до ових теорема се долази доста компликованије. Да би се добили основни обрасци сферне тригонометрије користи се ротација правоуглог координатног система чији је почетак смештен у центар сфере на којој се налази сферни троугао. Затим се за косинусну теорему за угао уводи појам поларног сферног троугла да би се преко њега дошло до ове теореме.

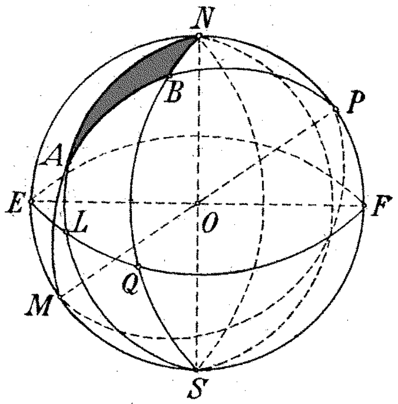
Помоћу основних теорема (1), (2) и (3) аутор долази до сложенијих израза за решавање сферног троугла као што су Гаусове једначине (стране 127 и 128) и Неперове аналогије (стране 129, 130 и 131).

На странама 138 и 139 дати су изрази за израчунавање полупречника описаног круга око сферног троугла и полупречника уписаног круга у сферни троугао.

Примена сферне тригонометрије у астрономији је велика. Аутор у књизи на страни 140 даје пример одређивања сферне раздаљине између два места на Земљи.

III. Сферна раздаљина између два места на земљи

Да бисмо израчунали сферну раздаљину места A и B на земљи, треба да знамо географске ширине и географске дужине тих места. Ако су φ_1 и λ_1 географска ширина и дужина места A, φ_2 и λ_2 географска ширина и дужина места B, N и S полови земље, круг $NESF$ главни меридијан, а круг $ELQF$ екватор, кругови $NALS$ и $NBQS$ меридијани места A и B, онда је: $\varphi_1 = AL$, $\lambda_1 = EL$, $\varphi_2 = BQ$ и $\lambda_2 = EQ$, тада је тражена сферна раздаљина AB страна сферног троугла ABN у коме знамо две стране NA и NB ($NA = 90^0 - \varphi_1$ и $NB = 90^0 - \varphi_2$) и захваћени угао $N = \lambda_2 - \lambda_1$. Задатак се, дакле, своди на пети случај решавања сферног троугла из претходног параграфа.



Сл. 70

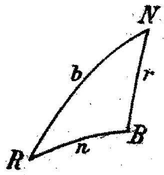
Напомена. Ако желимо да израчунамо сферну раздаљину двају места на земљи не у степенима већ у дужинској јединици (у метрима, километрима, миљама), онда примењујемо пропорцију:

$$40000000 : x = 360^0 : \sphericalangle AB, \quad \text{одакле је:}$$

$$x = \frac{40000000 \cdot \sphericalangle AB}{360^0}\, m = \frac{40000 \cdot \sphericalangle AB}{360^0}\, km,$$

где је 40000000 обим великог круга у метрима (приближно), x растојање места A и B у метрима, а $\sphericalangle AB$ растојање места (страна сферног троугла NAB у степенима).

Пример. Наћи сферну раздаљину између Рима и Беча, ако је геогр. ширина Рима $\varphi_1 = 41^0\,53'\,54''$ а Беча $\varphi_2 = 48^0\,12'\,35''$, геогр. дужина Рима $\lambda_1 = 12^0\,28'\,48''$, а Беча $\lambda_2 = 16^0\,22'\,42''$, рачунајући од гриничког меридијана.



Сл. 71

Ако сферни пол N, Рим (R) и Беч (B) дају сферни троугао NRB, онда је страна $NR = 90^0 - \varphi_1 = 48^0\,6'\,16''$, страна $NB = 90^0 - \varphi_2 = 41^0\,47'\,25''$, а угао код $N = \lambda_2 - \lambda_1 = 3^0\,53'\,54''$.

Тада је:

$$tg\frac{B+R}{2} = \frac{\cos\frac{b-r}{2}}{\cos\frac{b+r}{2}}\,cotg\frac{N}{2} \text{ и } tg\frac{B-R}{2} = \frac{\sin\frac{b-r}{2}}{\sin\frac{b+r}{2}}\,cotg\frac{N}{2} \text{ или}$$

$$tg\frac{B+R}{2} = \frac{\cos 3^0\,9'\,25{,}5''\cdot cotg\,1^0\,56'\,57''}{\sin 44^0\,56'\,50{,}5''} \text{ и}$$

$$tg\frac{B-R}{2} = \frac{\sin 3^0\,9'\,25{,}5''\cdot cotg\,1^0\,56'\,57''}{\sin 45^0\,56'\,50{,}5''};$$

$$\log tg\frac{B+R}{2} = 1{,}48340 \text{ и } \log tg\frac{B-R}{2} = 0{,}79754;$$

$$\frac{B+R}{2} = 88^0\,7'\,6''; \frac{B-R}{2} = 80^0\,56'\,38''; \quad B+R = 176^0\,14'\,12'',$$

$$B-R = 161^0\,53'\,16''; \; B = 169^0\,3'\,44'', \; R = 7^0\,10'\,28''.$$

$$tg\frac{n}{2} = \frac{\sin\frac{B+R}{2}}{\sin\frac{B-R}{2}}\,tg\frac{b-r}{2} = \frac{\sin 88^0\,7'\,6''\cdot tg\,3^0\,9'\,25{,}5''}{\sin 80^0\,56'\,38''}; \; \log tg\frac{n}{2} =$$

$= 2{,}74682; \frac{n}{2} = 3^0\,11'\,42''; n = 6^0\,23'\,24''$. Дакле, сферна раздаљина Беч—Рим износи $6^0\,23'\,24''$, или у дужинској јединици:

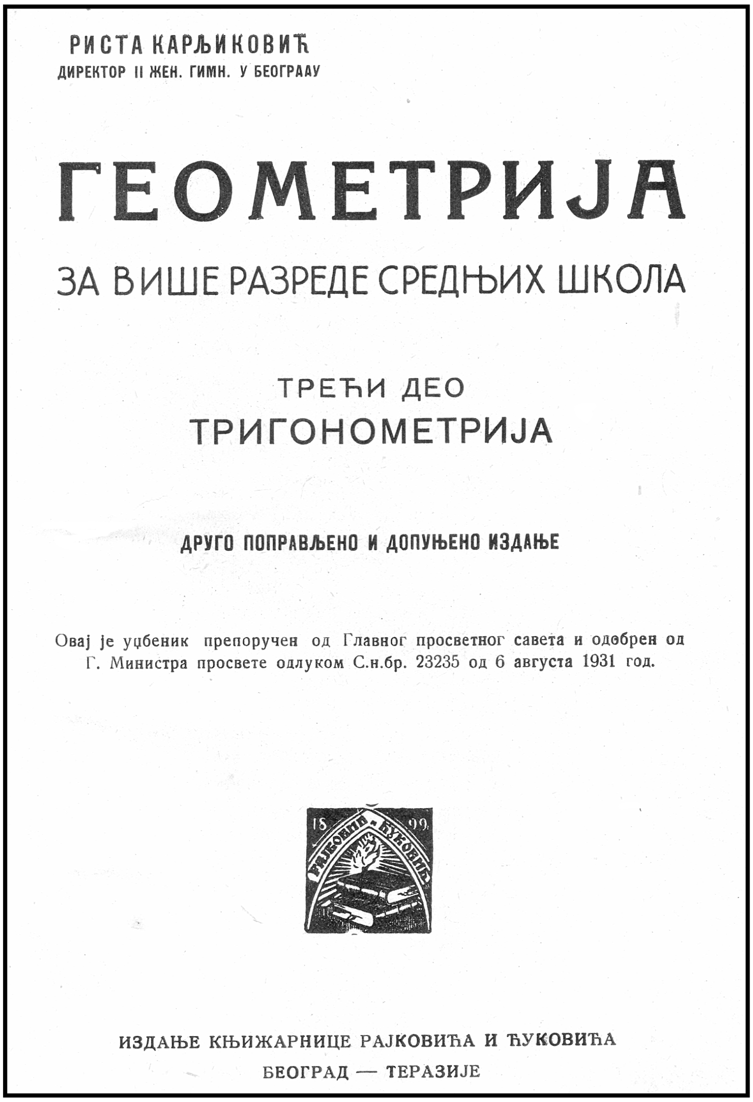
$$RB = \frac{40000000\cdot 6^0\,23'\,34''}{360^0} = \frac{40000000\cdot 23004}{1\,296\,000} =$$

$= 710\,000\,m = 710\,km.$

Напомена. На сличан начин се одређује и сферна раздаљина између два небеска тела на небеској сфери..

Карљиковић у својој књизи поред занимљивих примера даје велики број задатака. За неке задатке, нарочито теже, наводи њихово порекло и годину. Углавном су то задаци који су се давали на матури у предратној Југославији (Београд, Ужице, Карловац, Приштина, Шибеник, итд) и Француској (Sorbonne, Caen, Marseille, итд). Неке познате теореме наводи по имену аутора: Косинусна теорема – Карнотова теорема, Гасуове обрасце – Молвајдове једначине. Занимљиво је да Херонов образац за површину троугла назива и Брамагуптов образац. У књизи се појављују речи које су данас готово изгубљене, на пример речи *космографија* и *гониометрија*.

Споменимо да се сферна тригонометрија која је представљена у Карљиковићевој књизи предавала само у гимназијама реалкама, које би сада одговарале гимназијама природноматематичког смера. Данас се ови садржаји не предају у средњим школама.



РИСТА КАРЉИКОВИЋ
ДИРЕКТОР II ЖЕН. ГИМН. У БЕОГРААУ

ГЕОМЕТРИЈА
ЗА ВИШЕ РАЗРЕДЕ СРЕДЊИХ ШКОЛА

ТРЕЋИ ДЕО
ТРИГОНОМЕТРИЈА

ДРУГО ПОПРАВЉЕНО И ДОПУЊЕНО ИЗДАЊЕ

Овај је уџбеник препоручен од Главног просветног савета и одобрен од Г. Министра просвете одлуком С.н.бр. 23235 од 6 августа 1931 год.

ИЗДАЊЕ КЊИЖАРНИЦЕ РАЈКОВИЋА И ЂУКОВИЋА
БЕОГРАД — ТЕРАЗИЈЕ

ЗАКЉУЧАК

Књига је методички лепо написана, градиво се постепено уводи. Аутор даје много урађених примера тако да пратећа збирка није ни поребна. Посебно бих истакла једноставност извођења основних теорема Сферне тригонометрије, тако да је тај део математике заиста био приступачан ђацима гимназија реалке у оно време.

Имајући у виду методички начин писања књиге, њен сдржај, примере и задатке, препоручила бих ову књигу и данашњим ђацима, средњошколким професорима па и студентима. Књига је дигитализована и ускоро ће се наћи на интернет страници Математичког факултета у оквиру виртуелне библиотеке на адреси http://alas.matf.bg.ac.yu/biblioteka/home.jsp.

Захвалница

Користим прилику да се захвалим организатору др Милану С. Димитријевићу на позиву за учешће на конференцији *Развој астрономије код Срба IV*. Захваљујући томе, овај текст је написан.

Литература

Волинский, Б.А.: *Сферическая тригонометрия*, Наука, Москва 1977.

Green, R: *Spherical Astronomy*, Cambridge Univ. Pres, London, 1985.

Карљиковић, Р.: *Геометрија за више разреде средњих школа – трећи део ТРИГОНОМЕТРИЈА*, изд. књ. Рајковића и Ђурковића, 1931, 1935.

Шеварлић, Б и Бркић, З.: *Општа астрономија*, Савремена администрација, Београд, 1971, 1981.

SPHERICAL TRIGONOMETRY OF RISTA KARLJIKOVIĆ

The book Trigonometry by Rista Karljiković was used as a textbook in secondary schools (gymnasium) between two World wars (1924-1941). The most interesting fact is that the significant part of the book was devoted to spherical trigonometry and it’s usage in astronomy and geodesy. This part of mathematics does not exist in contemporary teaching of mathematics, neither in secondary schools, nor in university lessons.